ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ЗАСОБАМИ ІСТОРІЇ МАТЕМАТИКИ

FORMATION OF MATHEMATICAL COMPETENCE OF MATHEMATICS TEACHERS USING THE HISTORY OF MATHEMATICS

УДК 511:378.147

Сверчевська І.А.,
канд. пед. наук,
доцент кафедри математичного аналізу
Житомирського державного
університету імені Івана Франка

Стаття присвячена одній з актуальних проблем підготовки майбутніх учителів математики до професійної діяльності – впровадженню компетентнісного підходу. Виокремлюється ключова математична компетентність, яка формується одночасно із предметною і є важливим складником професійної компетентності. Використання історії математики розглядається як один із засобів формування математичної компетентності. Виокремлюється такий навчальний ресурс, як розв'язування історичних задач. Впровадження запропонованого підходу розглядається на прикладі вивчення систем нелінійних алгебраїчних рівнянь, що передбачається програмою з алгебри для ЗВО.

Ключові слова: *математична компетентність, історія математики, історичні задачі, методи розв'язування задач, компоненти математичної компетентності.*

Статья посвящена одной из актуальных проблем подготовки будущих учителей математики к профессиональной деятельности – внедрению компетентностного подхода. Выделяется ключевая математическая компетентность, которая формируется одновременно с предметной и является важной составляющей профессиональной компетентности. Использование истории математики рассматривается как одно из средств формирования математической компетентности. Выделяется такой учебный ресурс, как решение исторических задач. Внедрение предложенного подхода рассматривается на примере изучения систем нелинейных алгебраических уравнений, предусматриваемого программой по алгебре для высших учебных заведений.

Ключевые слова: *математическая компетентность, история математики, исторические задачи, методы решения задач, компоненты математической компетентности.*

A paper focuses on one of the urgent problems associated with the training of future teachers of mathematics – the implementation of the competency-based approach. In particular, the work separates the key mathematical competence, which is forming along with the subject competence and is an essential component of professional competence. Using the history of mathematics is considered as one of the tools for forming mathematical competence. We also highlight solving historical tasks as a learning resource. The paper gives an example of the advised approach implementation, describing the case of learning non-linear equations systems according to algebra course curricular for higher educational establishments.

Key words: *mathematical competence, history of mathematics, historical tasks, methods of problems solving, mathematical competence.*

Постановка проблеми у загальному вигляді. Актуальним завданням математичної та методичної підготовки майбутніх учителів математики є реалізація компетентнісного підходу. У Законі України «Про освіту» метою вищої освіти визначено «здобуття високого рівня наукових, професійних і загальних компетентностей, необхідних для діяльності за певною спеціальністю чи в певній галузі знань» [4]. Тобто виокремлюються ключові (загальні, універсальні), предметні (наукові, що набуваються за програмами навчальних дисциплін) та професійні (фахові, що набуваються в процесі навчання спеціальних дисциплін) компетентності.

Математика посідає особливе місце в системі знань, є універсальним методом пізнання світу, тому С. Раков відносить математичну компетентність до предметної та зазначає, що «математична компетентність – це вміння бачити і застосовувати математику в реальному житті, розуміння змісту і методу математичного моделювання, вміння будувати математичну модель, досліджувати її методами математики, інтерпретувати отримані результати, оцінювати похибку обчислень» [5, с. 4–5]. Оскільки ключова математична компетентність формується одночасно із предметними компетентностями, то її належить віднести й до професійної компетентності.

Отже, ключова математична компетентність і предметна формуються одночасно та є важливим складником професійної компетентності. Математична компетентність передбачає формування таких компетенцій: культура логічного й алгоритмічного мислення, вміння застосовувати математичні методи для вирішення прикладних завдань, здатність використання та побудови простих математичних моделей.

На нашу думку, математична компетентність також включає знання і розуміння математичних методів, понять, формул, теорем; уміння здійснити логічні обґрунтування тверджень; уміння застосовувати готові методи й алгоритми та зводити нові задачі до вже відомих, бо творчість у процесі навчання можлива лише на базі глибоких і міцних знань [6, с. 140].

Ми досліджуємо можливості історії математики для впровадження цих завдань. Водночас виділяємо визначні історичні задачі, розв'язування яких розвиває логічне мислення, надає досвід побудови математичних моделей прикладних задач, дозволяє переконатися у варіативності методів розв'язування. Такий підхід робить навчання математики більш ефективним і цікавим, відіграє значну роль у формуванні математичної компетентності.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Засоби формування математичної компетентності майбутніх учителів досліджують такі науковці: Іон Акірі (класифікація уроків математики, які сприяють формуванню і розвитку компетенцій), В. Войтовик (структурна модель у навчальному процесі вищих навчальних закладів, що сприяє динаміці вироблення математичної компетентності), В. Бевз (набуття математичної компетентності в процесі розв'язування практичних задач), З. Кравченко (шляхи формування математичної компетентності: навчання (компетентнісно орієнтовані уроки і задачі) та самоосвіта), О. Королюк, А. Прус (роль знаково-символічної діяльності у формуванні математичної компетентності), Н. Тарсенкова (уміння розв'язувати компетентнісні завдання в три етапи: М-задачі → Ко-задачі → К-задачі), О. Чашечникова (розвиток методичної компетентності в навчанні математики). Ми шукаємо можливості використання історії математики для формування математичної компетентності.

В усі періоди розвитку математичної освіти приділялась значна увага застосуванню елементів історизму в навчанні математики. Необхідним елементом освіти вважали історію математики і видатні вчені.

Відомий український математик М. Остроградський у книзі «Міркування про викладання» обґрунтовує думку, що потрібно частіше подавати біографії творців наукових винаходів, оскільки це привертає увагу учнів.

На думку відомого вченого Б. Гнеденка, залучення елементів історії математики до навчання учнів і студентів сприяє розвитку мислення. Для цього необхідно знайомити з методами, розробленими цими вченими.

Український історик математики О. Боголюбов стверджує, що «історія математики подає математичну науку в просторі, у часі та в особах <…>, здійснює функцію самопізнання математики, осмислення власних цілей. Пізнання шляхів розвитку математики робить її історію школою думки, необхідним елементом освіти» [2, с. 9].

Застосування історичного підходу в навчанні математики використовували українські математики-методисти. О. Астряб вказував на ті особливості діяльності математиків, на які необхідно звертати увагу викладачів. Г. Бевз наголошував на тому, що історичних підхід у навчанні робить математику більш цікавою і менш формальною. Важливу роль у застосуванні елементів історії математики мають розробки А. Конфоровича: «Визначні математичні задачі», «Колумби математики», «У пошуках інтеграла».

Застосування елементів історії математики досліджують науковці ЗВО. Н. Вірченко вважає, що за залучення елементів історизму математика засвоюється легше, краще і глибше, виокремлює систему методичних завдань, які водночас розв'язуються. В. Бевз досліджує роль історії математики у фаховій підготовці майбутніх учителів. А. Розуменко досліджує можливості історії математики для розвитку критичного мислення, мотивації студентів. Р. Бачинська пропонує використовувати історичні задачі з метою мотивації або підвищення цікавості до вивчення нового, як засіб активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів, реалізації виховної мети

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми. Хоча засоби формування математичної компетентності майбутніх учителів та застосування історичного підходу в навчанні математики розглядаються багатьма науковцями, але недостатньо уваги звертається на дослідження можливостей історії математики у формуванні математичної компетентності. Ми виокремлюємо роль визначних історичних задач і виділяємо ті компетенції, яких можна набути, розв'язуючи історичні задачі. А саме: уміння використовувати на практиці алгоритми розв'язування типових задач, оперувати інформацією, будувати математичні моделі; здатність здійснювати логічні міркування і дедуктивні доведення; уміння будувати аналогічні моделі задач і досліджувати їх; здатність застосовувати відомі методи, аналізувати їх та узагальнювати, розуміти походження понять, ідей, математичних законів, їх еволюцію та застосування.

Мета статті – дослідити можливості застосування історії математики для формування математичної компетентності майбутніх учителів математики.

Виклад основного матеріалу. Навчальним ресурсом формування математичної компетентності є розв'язування математичних задач, зокрема визначних історичних задач. Це задачі, створені відомими математиками, задачі з давніх трактатів. Вони збережені історією, деякі з них є в шкільних підручниках (без зазначення автора) [1, с. 93]. Їх можна розглядати як автографи, що залишили вчені нащадкам. Нами розробляється система історичних задач для впровадження історичного підходу під час вивчення різних розділів математики у ЗВО: теорії чисел [10, с. 182–183], лінійної алгебри [7, с. 42–51], алгебри многочленів [8, с. 80–83].

У даній статті ми виокремлюємо розділ «Системи нелінійних рівнянь». Це питання передбачено навчальною програмою ЗВО для майбутніх учителів математики в курсі «Алгебра і теорія чисел» та шкільною програмою для дев'ятого класу.

Загальну теорію розв'язування нелінійних систем побудувати досить важко. Основою наявних методів є ідея виключення невідомих (метод підстановки), що дає можливість звести розв'язування системи до одного алгебраїчного рівняння з одним невідомим. Це питання обґрунтовується в розділі вищої алгебри, що має назву «Теорія виключення», за допомогою застосування результанта двох многочленів. Зауважимо, що, записуючи систему в канонічному вигляді та виключаючи всі невідомі, крім одного, різними методами, ми одержимо многочлен, який і є результантом. Оскільки корені многочлена (або відповідного рівняння) завжди можна знайти в полі розкладу, то система алгебраїчних рівнянь буде розв'язана. У шкільному курсі застосовується традиційний підхід – метод підстановки. Частіше всього перед цим до даної системи треба застосувати низку перетворень (алгебраїчні операції: додавання, множення, ділення; заміна змінних; нетрадиційні підходи тощо), щоби звести до системи, яку можна розв'язати методом підстановки.

Отже, доцільно дослідити методи перетворень систем нелінійних рівнянь, які застосовувалися вченими в різні часи розвитку математики. Це дасть можливість зрозуміти зародження й еволюцію сучасних методів, що сприяє розвитку культури логічного мислення та виробленню вмінь застосовувати готові алгоритми.

Проаналізуємо методи розв'язування деяких нелінійних систем в історичних задачах. Розв'язування таких задач супроводжується короткими історичними довідками.

1. Задача грецького математика Діофанта й арабського математика ал-Хорезмі. *Розкласти число a на дві частини, сума квадратів яких дорівнює b.*

Діофант (імовірно III ст.) – давньогрецький математик з Александрії. Збереглося 6 із 13 книг його трактату «Арифметика». Цей твір поклав початок символічний алгебрі. Методи розв'язування задач у Діофанта своєрідні та нетрадиційні. Роботи Діофанта започаткували дослідження П. Ферма, Л. Ейлера, К. Гаусса й інших видатних математиків [3, с. 172].

Мухаммедбен Муса аль-Хорезмі (прибл. 780 – прибл. 850 рр.) – арабський математик, працював у м. Багдаді в Будинку Мудрості. Найважливішими є його трактати «Арифметика» й «Алгебра». Автор зібрав у своїх творах головне, що потрібно було і вченим, і діловим людям [3, с. 507].

<u>Метод Діофанта</u> [9, с. 200]. Діофант покладає a = 20, b = 208, обчислює півсуму невідомих чисел x та y, а для піврізниці вводить нову змінну z. Потім знаходить суму цих виразів і виражає невідоме x через z (x = 10 + z), а з різниці цих виразів виражає y через z (y = 10 – z). Нове невідоме z визначає, використовуючи другу вимогу задачі.

<u>Метод аль-Хорезмі</u> [9, с. 198]. М. аль-Хорезмі вибирає a = 10, b = 58, не вводить друге невідоме та діє із частинами x та 10–x і зводить розв'язання до квадратного рівняння типу «квадрати і числа дорівнюють кореням», для якого дає словесне правило, а потім дає геометричне доведення.

Словесне правило. «Поділи надвоє число коренів, це буде 5, і помнож це на рівне собі, буде 25, і відніми із цього 21, залишається 4, добудь із цього корінь – буде 2, і відніми це від половини коренів, тобто п'яти, залишається 3; це і буде корінь квадрата, який ти шукаєш, а квадрат є 9. Додай це до половини коренів, буде 7, це – корінь квадрата, який ти шукаєш, а квадрат є 49». Словесне правило в сучасних позначеннях дає формулу вираження коренів зведеного квадратного рівняння через його коефіцієнти.

Отже, авторські розв'язання задачі показують генезис таких методів розв'язування систем рівнянь, як метод підстановки та заміни змінних, а також фактичне використання формул розв'язання квадратних рівнянь у радикалах.

Доцільно розв'язати цю систему рівнянь сучасними методами, використавши основні симетричні многочлени або визначивши добуток невідомих та, знаючи їх суму, застосувати теорему Вієта.

2. Задача єгипетського математика Абу-Каміла та західноєвропейського математика Леонардо Пізанського (Фібоначчі). *Розділити число 10 на дві частини x та y, пов'язані додатковою умовою* $\frac{10}{x} + \frac{10}{y} = 6\frac{1}{4}$ [9, с. 376].

Абу-Каміл (прибл. 850–930 рр.) народився в Єгипті, працював у м. Каїрі. Це перший учений, який писав твори з алгебри після аль-Хорезмі. Довгий час був популярним його трактат «Книга про алгебру й алмукабалу», де спостерігається значний теоретичний рівень [3, с. 10].

Леонардо Пізанський (Фібоначчі) (прибл. 1170 р. – після 1240 р.). Після тривалого занепаду європейської науки у XIII ст. з'являються вчені-теоретики математики. Найвидатнішим математиком цього періоду був Леонардо Пізанський. Виключну роль у поширенні в Західній Європі математичних знань мала його «Книга абака» (1202 р., перероблено 1228 р.). У ній систематизовано значну кількість знань античних математиків і запропоновано нові методи розв'язування задач, відкриті автором [3, с. 289].

В аналізі методів розв'язування даної задачі авторами є багато спільного. Так, вони використовують рівність добутку і суми часток від ділення числа 10 на шукані частини x та y. Далі їхні методи відрізняються. Абу-Каміл, замінивши в додатковій умові 10 на x + y, зводить розв'язання до квадратного рівняння відносно відношення шуканих частин x/y. Леонардо покладає одну частину 2 – z, а іншу 8 + z, тоді перша вимога задачі виконується, а із другої умови визначає нову змінну z: «Дій згідно з алгеброю і знайдеш, що річ (невідоме) є нуль, так, що одна із двох частин буде 2, а інша 8».

Отже, бачимо нетрадиційний підхід – використання тотожності. А далі автори зводять розв'язання задачі до квадратного рівняння. Кожен із них знайшов для цього оригінальний і цікавий спосіб.

Висновки. Застосуванням історичного підходу до формування математичної компетентності, зокрема використанням такого навчального ресурсу, як розв'язування історичних задач, можна сприяти виробленню важливих компонентів математичної компетентності: ознайомленню з ідеями і методами математики; здатності логічно обґрунтовувати математичні твердження, досліджувати різні методи виникнення математичних завдань, будувати для їх вирішення різні математичні моделі, використовувати готові алгоритми і шукати нові; оволодінню математичною мовою, різними способами доведень і творчим їх використанням. Використання історичного матеріалу підвищує цікавість до математики, пробуджує творче мислення, дає можливість з'ясувати, як зароджувалися та розвивалися математичні теорії та методи, має виховні можливості.

У подальших дослідженнях необхідно розглянути формування математичної компетентності на основі використання історичного підходу як засобами історичних задач для різних розділів математики, так і із залученням таких форм, як повідомлення історичних відомостей, пов'язаних із темою лекції або практичного заняття, написання математичних творів і рефератів, збирання елементів «народної математики» тощо.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Бевз В. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів : монографія. Київ : НПУ ім. М.П. Драгоманова. 2005. 360 с.
2. Боголюбов А., Пустовойтов Н. Антропология истории математики. *Праці ІМ НАН України.* Т. 39: Нариси з історії математики і природознавства. Київ : ІМ НАН України, 2001. С. 8–20.
3. Бородін О., Бугай А. Біографічний словник діячів у галузі математики. Київ : Вища школа, 1973. 552 с.
4. Про освіту : Закон України. URL: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19#n264.
5. Раков С. Формування математичної компетентності випускника школи як місія математичної освіти. *Математика в школі.* 2005. № 5. С. 2–7.
6. Слєпкань З. Психологічні та методичні основи розвивального навчання математики. Тернопіль : Підручники і посібники, 2004. 240 с.
7. Сверчевська І. Варіативність методів розв'язування систем лінійних рівнянь в історичних задачах. *Актуальні питання природничо-математичної освіти :* збірник наукових праць. Сумський ДПУ імені А.С. Макаренка. 2018. Вип. № 1 (11). С. 42–51.
8. Сверчевська І. Історичний підхід у навчанні майбутніх вчителів математики деяких розділів алгебри крізь призму уявлень Діофанта. *Modern methods, innovations and operational experience in the field of psychology and pedagogis.* Lublin : Izdevnieciba "Baltiya Publishing", 2018. С. 80–83.
9. Юшкевич А. История математики в средние века. Москва : Госиздат физико-математической литературы, 1961. 448 с.
10. Sverchevska I. Notable historical tasks in number theory for professional training of students. *Imperatives of civil society development in promoting national competitiveness* : Proceedings of the 1st International Scientific and Practical Conference. Volume II, December 13–14, 2018. Batumi, Georgia : Publishing House "Kalmosani", 2018. P. 182–183.