

## КОМП'ЮТЕРНО ОРІЄНТОВАНА МЕТОДИКА РОЗВИТКУ МАТЕМАТИЧНИХ ЗДІБНОСТЕЙ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ В ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

### COMPUTER-ORIENTED METHODOLOGY OF EDUCATORS' MATHEMATICAL ABILITIES DEVELOPMENT IN THE PROCESS OF STUDYING MATHEMATICAL ANALYSIS

З огляду на запровадження компетентнісної моделі освіти на часі дослідження, в яких студіюються внутрішні прояви компетентності, науково переосмислюється значущість індивідуально-психологічних якостей здобувачів освіти. Проблемне поле складають математичні здібності як суттєва внутрішня характеристика математичної компетентності, як іманентний атрибут, що превалює в її особистісно-психологічному вимірі. Дотепер недостатньо розробленою є методика розвитку математичних здібностей здобувачів освіти в умовах комп'ютерної підтримки.

Мета роботи полягає в теоретичному обґрунтуванні, розробленні та запровадженні комп'ютерно орієнтованої методики розвитку математичних здібностей здобувачів освіти у процесі вивчення математичного аналізу.

Теоретичним підґрунтям розробленої методики є положення про провідну роль розвивальної функції навчання; про організацію комп'ютерного навчання відповідно до структури навчально-математичної діяльності, специфіки математичних здібностей і задачної системи їх розвитку; про створення в навчанні зон найближчого математичного розвитку здобувачів освіти; про задачний підхід і принцип розвивальної наступності задачної системи навчання математичному аналізу; про комп'ютерне (графічне) моделювання задачних ситуацій; про інформаційно-комунікаційне середовище як суб'єкт освітньо-математичного процесу. Комп'ютерно орієнтована методика розвитку математичних здібностей здобувачів освіти містить чотири етапи, в ході яких за комп'ютерної підтримки визначаються зони актуального математичного розвитку здобувачів освіти, створюються зони їхнього найближчого математичного розвитку, забезпечується перетворення зон найближчого математичного розвитку в зони актуального математичного розвитку, здійснюється проектування зон найближчого математичного розвитку здобувачів освіти.

Розроблена методика передбачає проведення навчальних експериментів, актуалізує гіпотетичні міркування здобувачів освіти та робить акцент на дослідницькому методі навчання. Зміст цієї методики, її етапність корелює з основними компонентами математичних здібностей здобувачів освіти: системотвірним, кодувально-формалізованим, когнітивно-узагальнювальним, мнемічно-узагальнювальним.

**Ключові слова:** математичні здібності, здобувачі освіти, методика розвитку, комп'ютерна підтримка, математичний аналіз.

Given the introduction of a competency-based model of education at the time of the study, in which internal manifestations of competence are studied, the importance of individual psychological qualities of students is being scientifically rethought. The problem field consists of mathematical abilities as an essential internal characteristic of mathematical competence, as an immanent attribute that prevails in its personal and psychological dimension. To date, the method of developing the mathematical abilities of students in terms of computer support is insufficiently developed.

The purpose of the work is to theoretically substantiate, develop and implement computer-based methods for the development of mathematical abilities of students in the process of studying mathematical analysis.

The theoretical basis of the developed methodology is the provision on the leading role of the developmental function of learning; on the organization of computer training in accordance with the structure of educational and mathematical activities, the specifics of mathematical abilities and the task system of their development; on the creation of zones of the nearest mathematical development of students in education; about the problem approach and the principle of developmental continuity of the problem system of teaching mathematical analysis; about computer (graphic) modeling of problem situations; about the information and communication environment as a subject of the educational and mathematical process.

The computer-oriented method of developing mathematical abilities of students contains four stages, during which computer-assisted areas of current mathematical development of students are determined, areas of their immediate mathematical development are created, areas of immediate mathematical development are transformed into areas of current mathematical development. Designing zones of the nearest mathematical development of students.

The developed methodology involves conducting educational experiments, actualizes the hypothetical considerations of students and emphasizes the research method of teaching. The content of this technique, its phasing correlates with the main components of the mathematical abilities of students: system-forming, coding-formalized, cognitive-generalizing, mnemonic-generalizing.

**Key words:** mathematical abilities, students, methods of development, computer support, mathematical analysis.

УДК 378.147:51  
DOI <https://doi.org/10.32843/2663-6085/2022/45.22>

**Семенець С.П.,**  
докт. пед. наук, професор,  
професор кафедри фізики  
та вищої математики  
Державного університету  
«Житомирська політехніка»

**Семенець Л.М.,**  
канд. пед. наук,  
доцент кафедри фізики  
та охорони праці  
Житомирського державного  
університету імені Івана Франка

**Давидчук С.П.,**  
ст. викладач кафедри фізики  
та вищої математики  
Державного університету  
«Житомирська політехніка»

**Чугунова О.В.,**  
вчитель математики  
Відокремленого підрозділу «Науковий  
ліцей» Державного університету  
«Житомирська політехніка»

**Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок з важливими науковими чи практичними завданнями.** Компетенція математичної освіти, її переорієнтація із знаннєвої моделі на

компетентнісну зумовлюють наукове переосмислення місця і ролі індивідуально-психологічних утворень і особистісних якостей здобувачів освіти. Усталеною є освітня практика, коли математична

компетентність вимірюється на основі зовнішніх проявів - спроможності діяти, передусім, за результатами розв'язування прикладної задачі з математики, правильно зробленої або ж обраної відповіді. Так чи інакше нівелюються особистісні виміри здобувачів освіти, які забезпечують успішну навчально-математичну діяльність, слугують розвитку математичної компетентності. Насправді бракує методичних досліджень про розвиток індивідуально-психологічних утворень здобувачів освіти, які відносяться до внутрішнього прояву такої компетентності. У представленій роботі концептуальним є положення про математичні здібності як присутню внутрішню характеристику математичної компетентності, як іманентний атрибут, що превалює в її особистісно-психологічному вимірі. *Суперечності між традиційно усталеною методикою навчання математики та гострим соціальним запитом на науково обґрунтовану методичку розвитку математичних здібностей здобувачів освіти в процесі вивчення математичного аналізу зумовлюють актуальність порушеної в роботі проблеми.*

#### **Аналіз останніх досліджень і публікацій.**

Змістовий аналіз методичних досліджень дозволяє стверджувати, що використанню засобів інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) в навчанні математики присвячено чимало наукових праць. Визнаним атрибутом комп'ютерно орієнтованих методик слугують сучасні педагогічні програмні засоби (ППЗ), що забезпечують унаочнення навчального матеріалу, вможливають динамічні геометричні інтерпретації задачних ситуацій, а також дозволяють швидко виявляти рівень базових знань і умінь здобувачів освіти.

Значний вклад у вирішення проблеми формування інформаційної культури та інформатичної компетентності майбутнього вчителя, створення й використання комп'ютерно орієнтованих дидактичних засобів навчання математики зробив академік М. І. Жалдак. Він виділив два типи педагогічних програмних засобів:

- ППЗ, розраховані на зменшення часу спілкування учня і вчителя, на організацію навчання зовсім без вчителя;
- ППЗ, розраховані на якомога інтенсивніше спілкування учнів і вчителя за рахунок ефективного використання засобів ІКТ і звільнення учнів від необхідності витратити значний час на виконання технічних, рутинних операцій, коли вони практично не спілкуються з вчителем.

На думку вченого, вивільнений час може бути використаний на постановку проблем, з'ясування разом з вчителем сутності досліджуваних процесів і явищ, розробку відповідних інформаційних моделей, встановлення причинно-наслідкових зв'язків і закономірностей, порівняння різноманітних проявів закономірностей, що має важливе значення як

для фундаменталізації математичних знань, так і для надання результатам навчання прикладного, практично значимого характеру [1, с. 8].

О. В. Семеніхіна дослідила професійну готовність майбутніх вчителів математики до використання засобів комп'ютерної візуалізації математичних знань, обґрунтувала теоретичні та методичні аспекти формування вмінь раціонально обирати програмний засіб динамічної математики [5].

Осібню студіювалися комп'ютерні інструменти програм динамічної математики, з'ясовувалися методичні аспекти їх використання [4].

В. В. Корольський, Т. Г. Крамаренко, С. О. Семеріков і С. В. Шокалюк дослідили інноваційні ІКТ навчання математики, розкрили їх змістовий компонент, окреслили комп'ютерно орієнтовані методи і форми навчання, обґрунтували актуальні питання застосування електронних, дистанційних та мобільних технологій навчання математики. Колективом науковців висвітлено умови формування особистісних якостей здобувачів освіти в процесі комп'ютерно орієнтованого навчання математики [2].

Особливості реалізації концепції розвивального навчання математики в умовах комп'ютерної підтримки, методика використання ППЗ у процесі вивчення здобувачами освіти елементарної математики висвітлюються в роботі «Елементарна математика» (розроблено на основі концепції розвивальної освіти) [3, с. 156].

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. У рамках визначеної в роботі загальної науково-педагогічної проблеми на часі розроблення комп'ютерно орієнтованої методики розвитку математичних здібностей здобувачів освіти в процесі вивчення математичного аналізу.

Формулювання цілей статті (постановка завдання). Мета статті – теоретично обґрунтувати та розробити комп'ютерно орієнтовану методичку розвитку математичних здібностей здобувачів освіти в процесі вивчення математичного аналізу, навести приклади її реалізації.

**Вклад основного матеріалу дослідження.** Для досягнення мети окреслимо методичні засади використання засобів ІКТ, до яких відносимо такі положення:

1. Провідна роль розвивальної функції навчання математики. Засоби ІКТ у дослідженні розглядаються, передусім, як засоби розвитку математичних здібностей здобувачів освіти.

2. Організація комп'ютерного навчання відповідно до структури навчально-математичної діяльності, специфіки математичних здібностей та задачної системи їх розвитку.

3. Створення в процесі комп'ютерно орієнтованого навчання зон найближчого математичного розвитку. З огляду на те, як здобувачі освіти володіють комп'ютером та якими є зони їхнього найближчого

математичного розвитку, організовується доцільна навчально-математична діяльність.

4. Задачний підхід і принцип розвивальної наступності навчання математичному аналізу в умовах комп'ютерної підтримки. Використання засобів ІКТ у процесі розв'язування задач різних рівнів змістового теоретичного узагальнення.

5. Комп'ютерне (графічне) моделювання задачних ситуацій у навчанні математичному аналізу. Засаднича ідея прикладної математики, заснована на математичному моделюванні, пролонгується комп'ютерним моделюванням.

6. Інформаційно-комунікаційне середовище є суб'єктом освітнього процесу, що передбачає організацію навчання математики на основі положень трисуб'єктної дидактики як сучасного напрямку педагогічної науки.

До основних вимог до використання ППЗ відносимо:

- легкість встановлення на будь-який пристрій, що не потребує потужної комплектації;
- простота у використанні і доступність для оволодіння користувачем;
- відповідність віковим особливостям здобувачів освіти;
- відповідність змісту навчальної програми з математичного аналізу;
- можливість організації різних видів навчальної роботи (колективної, групової, індивідуальної).

Такими ППЗ є «GRAN1», «GRAN-2D», «GRAN-3D», «GeoGebra», «Derive», «AdvancedGrapher». Серед існуючих математичних пакетів варто виокремити програму «GeoGebra». Її перевагою є можливість покроково демонструвати хід побудови фігур, відображати динаміку зміни властивостей графіка чи фігури. Тут є можливість анімаційно змінювати координати точок, у результаті чого фігура нібито оживає на моніторі, змінюючи своє зображення. Це допоможе здобувачам освіти не тільки візуалізувати навчальний матеріал, але й провадити дослідження, що слугують підґрунтям для самостійного формулювання теорем, відшукання ідей, прийомів і методів їх доведення. Використання ППЗ «GeoGebra» спрощує складання алгоритму розв'язування типових задач, слугує змістовому узагальненню навчального матеріалу, що в підсумку закладає технологічні основи для розвитку математичних здібностей здобувачів освіти.

Комп'ютерно орієнтована методика розвитку математичних здібностей здобувачів освіти передбачає організацію навчально-математичної діяльності згідно з такими етапами.

**I етап.** *Визначення зон актуального математичного розвитку здобувачів освіти за комп'ютерної підтримки.*

Тут доцільно використовувати різноманітні програмні засоби (ППЗ) для перевірки сформованості

базових знань і вмінь (базова зона актуального математичного розвитку). Водночас, варто зважати на те, що результати контролю мають слугувати підґрунтям для організації конструктивного діалогу для визначення інших можливих зон розвитку актуального математичного розвитку здобувачів освіти: навчальної та навчально-теоретичної.

Наведемо приклад. Перед вивченням теми «Друга похідна. Поняття опуклості функції» встановлюються зони актуального математичного розвитку здобувачів освіти. З'ясовується, чи оволоділи вони поняттям похідної, чи знають у чому полягає геометричний зміст похідної, чи вміють застосовувати похідну до визначення проміжків зростання та спадання функції. Для цього готуються завдання із ілюстративним (графічно-рисуноковим) супроводом. За допомогою програми «GeoGebra» будуються графіки функцій (рис. 1) та організовується навчальний діалог, у ході якого даються відповіді на такі питання.

1) Послугуючись графіком функції  $y = x^2$  (рис. 1а), визначте, чому дорівнює  $\text{tg} \angle BAC$  ?

2) Чому дорівнює кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції  $y = x^2$  в точці з абсцисою  $x_0 = 2$  ?

3) Чому дорівнює значення похідної в точці  $x_0 = 2$  ?

4) Вкажіть значення аргументу для яких  $f'(x) > 0$ ,  $f'(x) < 0$ ,  $f'(x) = 0$  ?

5) Використовуючи рис. 2б визначте, в яких точках похідна не існує, поясніть чому.

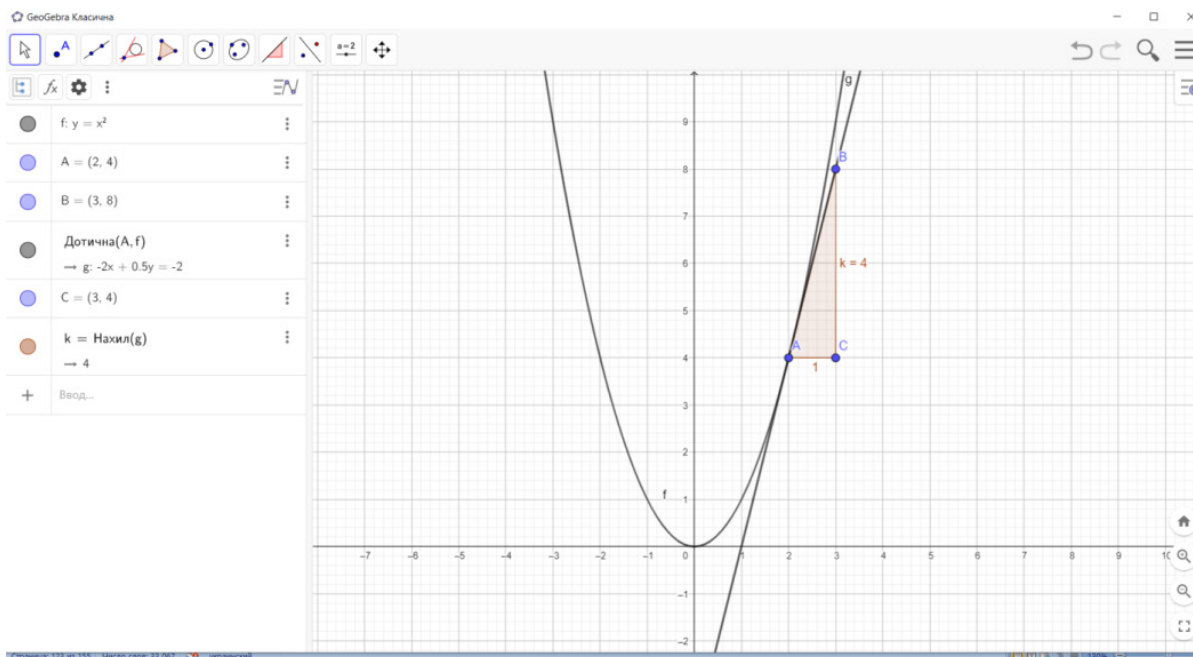
6) Використовуючи рисунки визначте проміжки зростання та проміжки спадання функції, якими є значення похідної на проміжку зростання (спадання) функції.

Переміщуючи точку А за допомогою «миші» (клікнувши та утримуючи її), легко змінити умову задачі та залучити до діалогу декількох здобувачів освіти.

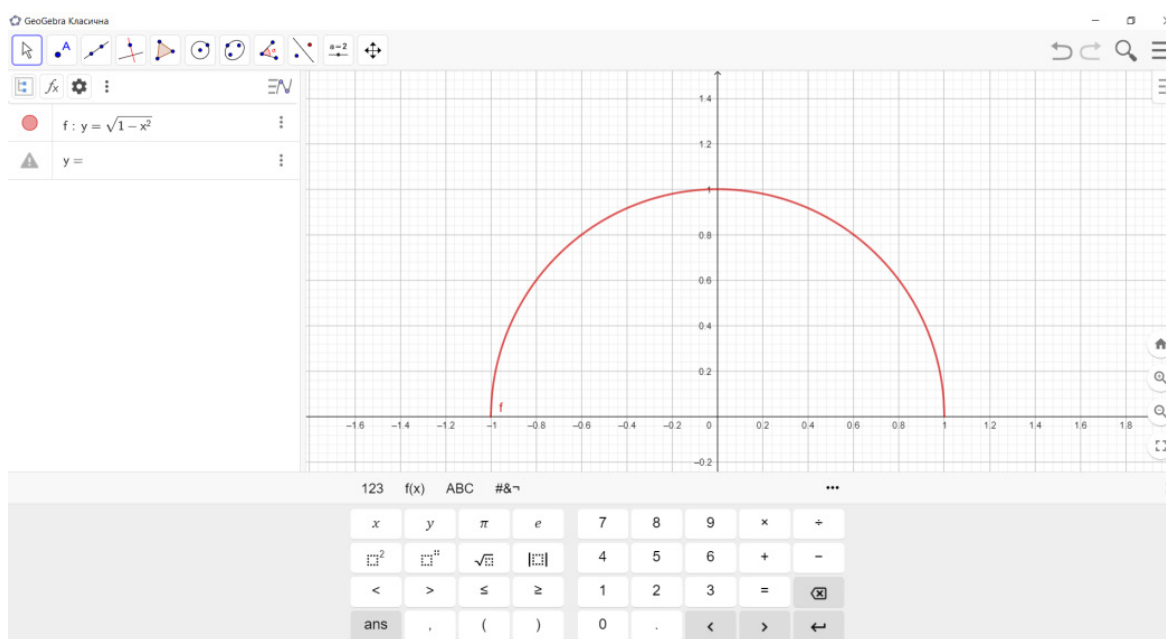
**II етап.** *Створення зон найближчого математичного розвитку здобувачів освіти за комп'ютерної підтримки.*

На другому етапі програмний засіб забезпечує евристичну функцію та створює підґрунтя для «ага-переживань» в процесі вивчення математичного аналізу. Тут формулюються проблемне питання: «Чи можна з'ясувати, не будуючи графіка, якою буде функція: опукла вгору, чи опукла вниз?». У програмі «GeoGebra» будуються графіки функцій  $y = x^2$  і  $y = \sqrt{1-x^2}$ , які опуклі вниз і вгору відповідно. До кожного графіка будуються дотичні: за допомогою інструменту «Повзунок» будується точка на графіку; опція «Дотична» забезпечує побудову дотичної (натиснувши спочатку на точку, а потім на функцію, рис. 1).

Потому, використовуючи побудовані за допомогою програми графіки, здобувачі освіти з'ясовують, як змінюється кут нахилу дотичної залежно від аргументу  $x$  (точки дотику). Скориставшись



*a*



*б*

Рис. 1. Ілюстративний матеріал до теми «Друга похідна. Поняття опуклості функції»

інструментом «Повзунок», вони встановлюють, що зі збільшенням аргументу в одному випадку кут збільшується, а в іншому - кут зменшується. За таким же правилом змінюється й тангенс відповідних кутів: у одному випадку збільшуються, а в іншому – зменшуються. Це дозволяє зробити припущення, що для опуклих вниз функцій друга похідна набуває знаку «+», а для опуклих вгору функцій - знак «-». Отже, дійти висновку, що від знаку другої похідної функції на проміжку залежить характер її опуклості на цьому проміжку.

Або ж, приміром, вивчаючи тему «Визначений інтеграл», здобувачі освіти розв'язують задачу про площу криволінійної трапеції, формулюють поняття «визначений інтеграл». Тут наочно демонструється, що зі збільшенням значення  $n$  – кількості відрізків, на які розбито відрізок  $AB$ , площа східчастої фігури мало відрізнятиметься від площі криволінійної трапеції (рис. 2). Значення  $n$  змінюються за допомогою повзунка і здобувачі освіти мають змогу простежити динаміку площі фігури. Потому легко обґрунтувати доцільність

граничного переходу: за площу криволінійної трапеції прийняти границю площі східчастої фігури за умови, що  $n \rightarrow \infty$ . Отож,  $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ .

За допомогою програми «GeoGebra» виводиться на екран результат знаходження площі східчастої фігури та площі, що обчислює комп'ютер за допомогою визначеного інтеграла. Здобувачі освіти роблять висновок, що така границя і є визначеним інтегралом. Таке застосування програмного засобу виховує інтерес та сприяє розвитку систематичного компоненту математичних здібностей здобувачів освіти.

Важливо зазначити, що програмні засоби мають слугувати проведенню навчальних експериментів та навчанню гіпотетичним міркуванням у процесі розв'язування задач на дослідження. У такому разі створюються умови для формування навчально-теоретичних та навчально-дослідницьких зон найближчого математичного розвитку здобувачів освіти.

**III етап. Перетворення зон найближчого математичного розвитку здобувачів освіти в зони їхнього актуального математичного розвитку в умовах комп'ютерної підтримки.**

На третьому етапі, де переважають індивідуальні форми роботи, раціонально використовувати програмні засоби з метою контролю і корекції дій (операцій), а також задля економії часу на громіздкі обчислення. Це дозволить акцентувати увагу на необхідності самоаналізу, самоконтролю, самокорекції та самооцінки в оволодінні способами дій, а також на першочерговій ролі мисленневої діяльності в опануванні курсу математичного аналізу.

Наведемо приклад. Одним із визнаних атрибутів ЗНО з математики є задачі з параметрами. **Задача.** Знайдіть значення параметра  $a$ , при якому корінь рівняння  $\lg(\sin 5\pi x) = \sqrt{16+a-x}$  належить проміжку  $(\frac{3}{2}; 2)$ .

Опісля знаходження розв'язання цієї задачі аналітичним методом слушно використати програмний засіб «GeoGebra» (рис. 3).

У програмі будуються графіки функцій  $f(x) = \lg(\sin 5\pi x)$  та  $g(x) = \sqrt{16+a-x}$ . Оскільки область визначення останньої функції залежить від параметра  $a$ , то активізуємо повзунок значення параметра  $a$ . За умовою корінь рівняння має належати проміжку  $(\frac{3}{2}; 2)$ , тоді для наочності будемо область, що обмежена прямими  $x = \frac{3}{2}$  і  $x = 2$ . У програмі задаємо нерівність  $\frac{3}{2} < x < 2$  і на координатній площині зафарбовується потрібна область. За допомогою повзунка змінюємо параметр  $a$  доти, поки графік функції  $g(x) = \sqrt{16+a-x}$  не перетнеться з графіком функції  $f(x) = \lg(\sin 5\pi x)$  у виділеній області. Досягнувши такого розташування, здобувачі освіти пересвідчуються, що значення параметра дорівнюватиме  $-14,3$ .

**IV етап. Проектування зон найближчого математичного розвитку здобувачів освіти за комп'ютерної підтримки.**

На четвертому етапі ІКТ слугують важливим допоміжним засобом для викладача (вчителя). Так, створюючи матрицю відповідності зон актуального математичного розвитку здобувачів освіти (передбазової, базової, навчальної, навчально-теоретичної) та зон їхнього найближчого математичного розвитку (базової, навчальної, навчально-теоретичної, навчально-дослідницької), зручно

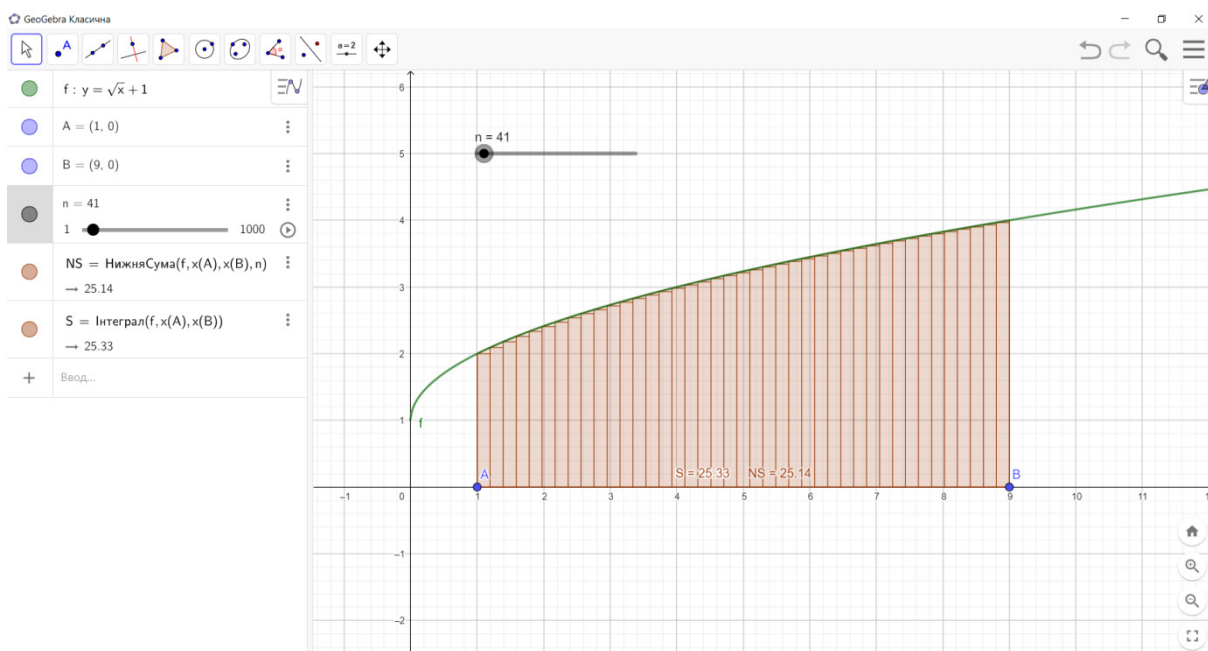


Рис. 2. Динамічний ілюстративний матеріал до теми «Визначений інтеграл»

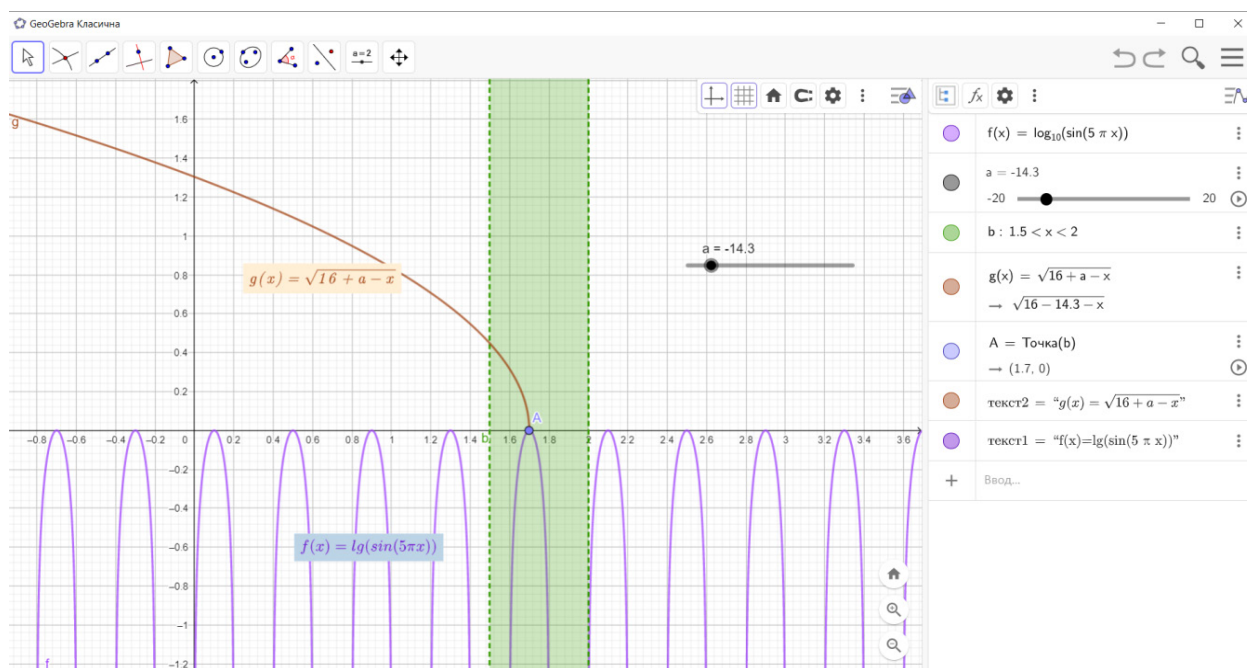


Рис. 3. Комп'ютерне моделювання задачі з параметром

використати програмний засіб «Microsoft Office Excel».

Незважаючи на окреслені позитивні сторони використання засобів ІКТ, потрібно враховувати низку суто методичних проблем. Поділяємо думку О. В. Семеніхіної про необхідність переосмислення форм і методів навчання, постійний пошук творчих завдань або переформулювання уже існуючих, про проблему раціонального вибору середовища для комп'ютерної підтримки математичного курсу [4, с. 115].

Маємо враховувати, що дидактично виважене використання засобів ІКТ дозволяє покращити якість і ефективність навчання курсу математичного аналізу, прищепити пізнавальний інтерес та забезпечити внутрішню мотивацію, організувати навчання в квазі-дослідницькій формі, а зрештою, створити реальні умови для розвитку математичних здібностей здобувачів освіти. Натомість освітня практика засвідчує, що необґрунтоване та надмірне використання засобів ІКТ аніж не забезпечує досягнення розвивальної мети освіти, знижує якість навчання та вносить формалізм у сенсі досягнення результату (одержання правильної відповіді), зовсім не сприяє розумінню понять і методів математичного аналізу.

**Висновки.** Підсумовуючи вищезазначене, формулюємо такі висновки:

1. Теоретичним підґрунтям комп'ютерно орієнтованої методики розвитку математичних здібностей здобувачів освіти в процесі вивчення математичного аналізу є положення про провідну роль розвивальної функції навчання; про організацію комп'ютерного навчання відповідно до структури

навчально-математичної діяльності, специфіки математичних здібностей і задачної системи їх розвитку; про створення в навчанні зон найближчого математичного розвитку здобувачів освіти; про задачний підхід і принцип розвивальної наступності задачної системи навчання математичному аналізу; про комп'ютерне (графічне) моделювання задачних ситуацій; про інформаційно-комунікаційне середовище як суб'єкт освітньо-математичного процесу.

2. Комп'ютерно орієнтована методика розвитку математичних здібностей здобувачів освіти містить чотири етапи, в ході яких за комп'ютерної підтримки визначаються зони актуального математичного розвитку здобувачів освіти, створюються зони їхнього найближчого математичного розвитку, забезпечується перетворення зон найближчого математичного розвитку в зони актуального математичного розвитку, здійснюється проектування зон найближчого математичного розвитку здобувачів освіти.

3. Розроблена методики передбачає проведення навчальних експериментів, актуалізує гіпотетичні міркування здобувачів освіти та робить акцент на дослідницькому методі навчання. Насправді уможлиблюється формулювання евристик, створюються умови для «ага-переживань» як актив творчої математичної діяльності. Зміст цієї методики, її етапність корелює з основними компонентами математичних здібностей здобувачів освіти: системотвірним, кодувально-формалізованим, когнітивно-узагальнювальним, мнемічно-узагальнювальним.

Упровадженню комп'ютерно орієнтованої методики розвитку математичних здібностей здобувачів освіти в процесі вивчення інших математичних навчальних дисциплін будуть присвячені наші подальші дослідження.

#### БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Жалдак М. І., Лапінський В. В., Шут М. І. Комп'ютерно-орієнтовані засоби навчання математики, фізики, інформатики : посібник для вчителів. К. : Дініт, 2004. 110 с.

2. Крамаренко Т. Г., Корольський В. В., Семеріков С. О., Шокалюк С. В. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики : навчальний посібник. Вид. 2, перероб. і доп. Кривий

Ріг : Криворізький державний педагогічний університет, 2019. 444 с.

3. Семенець С. П., Семенець Л. М. Елементарна математика (підготовлено на основі концепції розвивальної освіти) : навчально-методичний посібник. Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2009. 244 с.

4. Семеніхіна О. В., Друшляк М. Г. Комп'ютерні інструменти програм динамічної математики та методичні проблеми їх використання. *Інформаційні технології і засоби навчання*, 2014. Т. 42. № 4. С. 109–117.

5. Семеніхіна О. В. Теорія і практика формування професійної готовності майбутніх вчителів математики до використання засобів комп'ютерної візуалізації математичних знань : автореф. дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.04. Слов'янськ, 2017. 39 с.