# «СИСТЕМИ ЧИСЛЕННЯ» В ПРОФЕСІЙНІЙ ПІДГОТОВЦІ ВЧИТЕЛЯ
# "NUMBER SYSTEMS" IN PROFESSIONAL TEACHER TRAINING

УДК 51(072)
DOI https://doi.org/10.32782/2663-6085/2022/53.1.7

**Войналович Н.М.,**
канд. пед. наук, доцент,
доцентка кафедри математики
та методики її навчання
Цетральноукраїнського державного
університету імені Володимира
Винниченка
**Нічишина В.В.,**
канд. пед. наук, доцент,
доцентка кафедри математики
та методики її навчання
Цетральноукраїнського державного
університету імені Володимира
Винниченка

*Стаття присвячена проблемі професійної підготовки майбутнього вчителя математики. Беззаперечно, що кожен вузівський курс повинен максимально сприяти становленню професійної майстерності вчителя. З метою формування індивідуальної освітньої траєкторії здобувача відповідно до Закону України «Про вищу освіту» кожен студент має право на вільний вибір варіативної складової освітньо-професійної програми. Такою вибірковою дисципліною може бути «Дискретна математика», до якої доцільно включити розділ «Системи числення».*

*Одним із провідних принципів, якими ми керувалися при проектуванні методичної системи навчання курсу дискретної математики, є принцип бінарності. У відповідності з ним ставилося за мету не лише чітко витримати наукову лінію, а й дві методичні: педагогічну орієнтацію змісту розділу «Системи числення» і педагогічну орієнтацію методів викладання.*

*В роботі виявлено цікаві дотики навчального матеріалу розділу «Системи числення» зі шкільним курсом математики та подано методичні рекомендації по його використанню у шкільній математичній освіті.*

*Матеріал, пов'язаний з історією виникнення лічби, обчислювальних приладів, систем числення завжди цікавий і доречний для учнів. А питання, пов'язані з кодуванням інформації, стануть у нагоді і вчителю інформатики.*

*Серед системи числення з ірраціональною основою особливий інтерес викликають ті, які пов'язані з числами Фібоначчі та золотою пропорцією. Золотий перетин та його прояви у навколишньому світі, знаходження числового значення золотого відношення, поділ відрізка у даному відношенні за допомогою циркуля та лінійки, золотий трикутник та його побудова, золотий прямокутник, трикутник Кеплера, числа Фібоначчі, формула Біне – це той навчальний матеріал, який оживить математику.*

*Числові теореми містять цілий ряд фактів популярної математики, які суттєво збагачують кругозір учня, розвивають комбінаторне мислення, дозволяють організувати навчально-дослідницьку діяльність учнів, показати справжню «силу» комп'ютера як помічника дослідника.*

**Ключові слова:** *системи числення, професійно педагогічна спрямованість навчання, золотий перетин, числа Фібоначчі, числові теореми.*

*The article is devoted to the problem of professional training of future mathematics teachers. It is indisputable that every university course should contribute as much as possible to the formation of professional skills of the future teacher. In order to form the individual educational trajectory of the applicant, in accordance with the Law of Ukraine "On Higher Education", each student has the right to freely choose a variable component of the educational and professional program in the amount of at least 25 percent of the total number of ECTS credits. One of the optional disciplines can be "Discrete mathematics", to which it is advisable to include the arithmetic section "Calculation systems".*

*One of the leading principles that guided us in the design of the methodical system for teaching the discrete mathematics course is the principle of binary. In accordance to it, the goal was not only to clearly maintain a scientific line, but also two methodological ones: the pedagogical orientation of the content of the "Calculation Systems" section and the pedagogical orientation of teaching methods.*

*In the work, interesting touches of the educational material of the section "Calculation systems" with the school mathematics course were revealed, and methodical recommendations for its use in school mathematics education were presented.*

*The material related to the history of the emergence of numbers, computing devices, various counting systems is always interesting and relevant for students. In addition, the questions related to the coding of information will also be useful to the computer science teacher.*

*Of particular interest among the number system with an irrational base are those related to Fibonacci numbers and the golden ratio. The golden ratio and its manifestations in the surrounding world, finding the numerical value of the golden ratio, dividing a segment in this ratio using a compass and a ruler, the golden triangle and its construction, the golden rectangle, Kepler's triangle, Fibonacci numbers, Binet's formula – this is the educational material that will rid mathematics of the stigma of "dry science".*

*Numerical theorems contain a number of facts of popular mathematics, which significantly enrich the student's outlook, develop combinatorial thinking, allow to organize the educational and research activities of students, and to show the real "power" of the computer as a researcher's assistant.*

**Key words:** *number systems, professional pedagogical orientation of education, golden ratio, Fibonacci numbers, number theorems.*

**Постановка та обґрунтування актуальності проблеми.** Головна роль в забезпеченні належного рівня математичної освіти учнів середньої школи, який би відповідав соціальному замовленню, належить вчителю математики. Тому кожен вузівський курс повинен максимально сприяти формуванню професійної майстерності майбутнього вчителя.

З метою формування індивідуальної освітньої траєкторії здобувача, відповідно до Закону України «Про вищу освіту», кожний студент ЦДПУ імені Володимира Винниченка має право на вільний вибір варіативної складової освітньо-професійної програми.

Однією із вибіркових дисциплін, що пропонуються студентам спеціальності 014 Середня освіта (Математика), є «Дискретна математика». Традиційно до дискретної математики відносять такі розділи: математична логіка, алгебраїчні структури, алгоритми та абстрактна теорія автоматів, формальні граматики й мови, теорія кодування, комбінаторика, скінченні графи та мережі. Вважаємо, що для майбутніх вчителів математики не менш важливим є розділ «Системи числення».

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Пошукам шляхів удосконалення професійної підготовки студентів педагогічних вузів присвячені дослідження Ю.К. Бабанського, С.У. Гончаренка, М.І. Жалдака, А.Г. Мордковича, М.І. Шкіля, Н.М. Шунди, М.Д. Ярмаченка та ін.

Питання удосконалення методичної підготовки майбутнього вчителя математики відображені в дослідженнях Г.П. Бевза, Я.С. Бродського, М.І. Бурди, Н.Я. Віленкіна, О.С. Дубінчук, Ю.М. Колягіна, З.І. Слєпкань, А.А. Столяра, І.Ф. Тесленка, Р.С. Черкасова та ін.

Розбудова нової української школи вимагає більш досконалої й багатопланової підготовки вчителя. Професійними якостями вчителя в кінцевому рахунку визначається ефективність роботи школи. Тому дослідження різноманітних теоретико-методологічних проблем змісту професійної підготовки вчителя математики є сьогодні досить актуальним.

**Метою статті є** пошук можливостей професійно-педагогічної направленості навчання розділу «Системи числення» та створення на основі виявлених можливостей практичних рекомендацій щодо впровадження пропонованого матеріалу в школу.

**Методи дослідження.** Для досягнення поставленої мети використовувалися методи аналізу наукової та методичної літератури стосовно проблеми дослідження, здійснювалося узагальнення власного педагогічного досвіду.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Системи числення – це розділ арифметики, який сьогодні знаходиться на межі обчислювальної математики та програмування.

Одним із провідних принципів професійно-педагогічної спрямованості навчання, якими ми керувалися при проектуванні методичної системи курсу дискретної математики, є принцип бінарності. У відповідності з ним ставилося за мету не лише чітко витримати наукову лінію, а й дві методичні: педагогічну орієнтацію змісту розділу «Системи числення» і педагогічну орієнтацію методів викладання.

Зміст курсу уточнювався упродовж багатьох років: прагнули врахувати запити школи та внутрішню логіку самої математики, а головне наблизити хай на один невеликий крок вузівську (шкільну) науку до великої науки.

Сьогодні увазі студентів пропонуються наступні теми для ознайомлення: короткий історичний екскурс; позиційні СЧ на основі лінійної однорідної рекурсії; найважливіші традиційні СЧ (10, 2, 3, 16-кова); Фібоначчієві СЧ, коди золотої пропорції [1].

По закінченню курсу кожен студент крім вільного володіння програмним матеріалом повинен знати як і де використати набуті знання в майбутній трудовій діяльності.

Розглянемо в межах статті цікаві дотики навчального матеріалу зі шкільним курсом. Методичні рекомендації по використанню набутих знань у школі допомагали готувати самі студенти. На останнє семінарське заняття кожен студент самостійно обирає фрагмент навчального матеріалу, показує його зв'язок з певною темою шкільного курсу математики і пропонує у який спосіб донести матеріал учням.

**1.** Почнемо з історії: виникнення лічби та систем числення, розвиток обчислювальних приладів. Цей матеріал можна використовувати упродовж усього навчання математики. Крім того, він потрібний і вчителю інформатики під час розгляду питань, пов'язаних із кодуванням інформації. У сучасних комп'ютерах кодування відбувається за допомогою двійкової системи числення. Цікаво, у 60-ті роки в Радянському Союзі була сконструйована ЕОМ «Сетунь» на базі врівноваженої трійкової СЧ.

Матеріал, пов'язаний з традиційними системами числення стане у нагоді при здійсненні історичних екскурсів на уроках математики, повідомленні цікавих, проведенні позакласних заходів.

**2.** Серед системи числення з ірраціональною основою інтерес викликають ті, які пов'язані з числами Фібоначчі та золотою пропорцією.

У класах гуманітарного профілю, учні яких орієнтуються на поглиблене вивчення історії, літератури, мови, мистецтва тощо і при цьому мають низький рівень інтересу й мотивації до вивчення математики, проведення уроків на тему «Золота пропорція» допоможе змінити ставлення цих учнів до математики: стане додатковим фактором формування позитивної мотивації при вивченні математики, а також розуміння положення про універсальність математичних знань. У класах з поглибленим вивченням математики впровадження матеріалу про золоту пропорцію та послідовність Фібоначчі, допоможуть поглибити знання з математики, з'ясувати зв'язки математики з іншими галузями знань.

Почнемо з 6 класу, де вивчається тема «Пропорції та відношення», в межах якої корисно познайомити учнів з відношенням «золотого перетину».

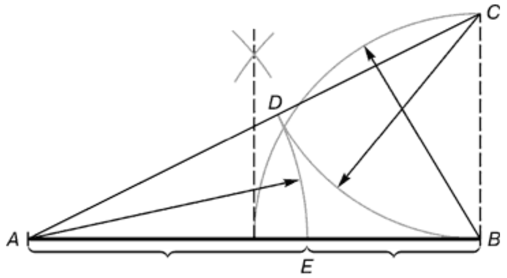
Протягом століть «золотий перетин» (або «золота пропорція» чи «золоте співвідношення») вважають найпрекраснішим співвідношенням в мистецтві та архітектурі. Його було виявлено в багатьох відомих витворах людства – від давньогрецького Парфенону до творінь Сальвадора Далі. Вперше про «золоту пропорцію» згадує давньогрецький математик Евклід, біля 300 року до н.е. У шостій книзі свого трактату «Начала» математик дає означення «золотого перетину». Він пропонує взяти відрізок лінії і поділити його на два менших сегменти так, що співвідношення усієї лінії (***a + b***) до відрізка ***a*** було таким самим, як співвідношення відрізка ***a*** до сегменту ***b***.

Тема «Золотий перетин» надзвичайно багата на приклади та застосування цього відношення у природі, мистецтві, архітектурі та навіть представлена у пропорціях людського тіла. Різноманітні презентації підготовлені як вчителем, так і учнями напрошуються самі собою («Золота пропорція у природі/ музиці/ скульптурі/ живопису/ біології та медицині…»). Завдання та конкурси також можуть бути різноманітними як за змістом, так і формою проведення. Учні мають побачити на прикладах, що математика, це не лише «сухі» числа, це прояв гармонійно-дивовижного устрою світу. Саме цей матеріал є чудовою базою для проведення інтегрованих уроків.

**3.** У 8 класі у темі «Квадратні рівняння» з'являється можливість відшукання точного значення «золотого числа» за означенням.

Нехай $\frac{a+b}{a}=\frac{a}{b}=\varphi$. Праве рівняння дає $a=b\varphi$. Підставимо цю рівність у ліву частину: $\frac{b\varphi+b}{b\varphi}=\frac{b\varphi}{b}$. Скоротивши *b,* отримаємо: $\frac{\varphi+1}{\varphi}=\varphi$. Далі $\varphi^2-\varphi-1=0$. Це квадратне рівняння має два розв'язки, один з яких є додатнім: $\varphi=\left(1+\sqrt{5}\right)/2\approx 1{,}6180339887\ldots$

**4.** У систематичному курсі геометрії 7 класу спеціально виокремлюють задачі на побудову, які розв'язуються лише за допомогою циркуля і лінійки. Після знайомства з основними побудовами можна розглянути вправу на поділ відрізка у відношенні золотої пропорції за допомогою циркуля та лінійки.

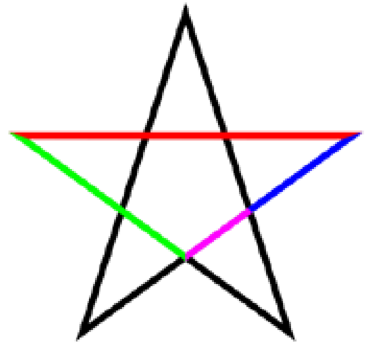



1. Креслимо пряму, на якій позначимо відрізок AB.
2. З точки B будуємо перпендикуляр, який дорівнює ½AB.
3. Отримуємо точку C, яку з'єднуємо з точкою A.
4. На AC відкладаємо відрізок, рівний BC, отримуємо точку D.
5. Довжину відрізка AD відкладаємо на відрізку AB, отримали точку E, яка і ділить AB у відношенні золотої пропорції.

Золотий трикутник – рівнобедрений трикутник, у якому бічні сторони знаходиться у золотому перетині до основи. Теж цікавий матеріал для загального розвитку учнів. Його побудова та властивості можуть бути розглянуті на уроці або ж на заняттях гуртка.

Золотий трикутник лежить в основі правильного п'ятикутника або пентаграми, яка вважалася магічним символом багатьох культурах. Точка перетину сторін ділить їх у золотій пропорції. Більша частина сторони також ділиться у золотій пропорції іншою точкою перетину.

Пентаграма містить п'ять гострокутних та п'ять тупокутних золотих трикутників. У кожному з них співвідношення довжини довшої та коротшої сторони утворює золотий перетин.



Золотий прямокутник – прямокутник, сторони якого утворюють золотий перетин. Характерною рисою цієї фігури є те, що при відтинанні квадратної частини утворюється новий золотий прямокутник. Золотий прямокутник теж можна побудувати за допомогою циркуля та лінійки.

Трикутник Кеплера – прямокутний трикутник, відношення сторін якого прив'язано до золотого перетину і може бути записане $1:\sqrt{\varphi}:\varphi$.Трикутник Кеплера об'єднує дві математичні концепції – теорему Піфагора і золотий перетин. Деякі джерела стверджують, що трикутник подібний трикутнику Кеплера можна побачити в піраміді Хеопса.

Поданий навчальний матеріал можна продовжити. Він сприяє формуванню як предметних так і ключових компетентностей учнів.

**5.** У 9 класі при вивченні теми «Числові послідовності» є нагода познайомити учнів із послідовністю Фібоначчі. Цікавий історичний екскурс, задачі про пелюстки квітів та розмноження кроликів не залишать байдужих у класі. А правило відшукання *n*–го члена зробить зрозумілим поняття «рекурентне співвідношення». Отже, якщо $f_n$ – *n*-й член послідовності, і $u_1=1,\ u_2=1$, то при $n\geq 2$ елементи $u_{n-1},\ u_n$ *та* $u_{n+1}$ пов'язані рекурентним співвідношенням $u_{n+1}=u_n+u_{n-1}$.

У класах з поглибленим вивченням математики можна піти далі і зацікавити учнів питанням про знаходження *n*–го члена за його номером.

Рекурентним співвідношенням називається вираз, який дозволяє визначити наступні члени послідовності через попередні. Розв'язання рекурентного співвідношення це формула, яка дозволяє отримати елемент послідовності, що задається рекурсією, по його номеру, без обчислення попередніх елементів. Такою формулою для чисел Фібоначчі є формула Біне

$$U_n=\frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right].$$

Існують різні обґрунтування цієї формули. Для учнів достатньо перевірити, що числа $u_n$, які визначаються рівністю, задовольняють рекурентне співвідношення при $n$=1 *і* $n$=2, $u_1=1, u_2=1$. Якщо ж $n\geq 2$, то

$$u_n+u_{n-1}=\frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n+\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}\right]=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}\cdot\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}+1\right)-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-2}\cdot\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}+1\right)\right]$$

$$де\ \frac{1+\sqrt{5}}{2}+1=\frac{3+\sqrt{5}}{2}=\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2,\ \frac{1-\sqrt{5}}{2}+1=\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2$$

Але тоді права частина формули дорівнює $u_{n+1}$ і, отже, члени послідовності $u_1, u_2, \ldots, u_n, \ldots$ задовольняють рекурентне співвідношення, тобто збігаються з відповідними членами послідовності чисел Фібоначчі.

Зауважимо, що рекурентне співвідношення для відшукання *n*–го члена послідовності чисел Фібоначчі є корисним і для вчителя інформатики. Адже це чудовий приклад для пояснення роботи рекурсивних процедур і функцій при вивченні певної мови програмування.

**8.** Наступні задачі-теореми, що пропонуються до розгляду, містять цікаві факти популярної математики, які суттєво збагачують кругозір учня, розвивають комбінаторне мислення. Вони прості й доступні навіть учням середніх класів. Дозволяють організувати навчально-дослідницьку діяльність учнів, показати справжню «силу» комп'ютера як помічника дослідника.

Переконатися в тому, що ці теореми мають місце, можна за допомогою написання програми певною мовою програмування. А потім довести математичними методами. Наведемо приклади таких теорем.

**Теорема 1089.** Нехай $\overline{xyz}$ довільне тризначне число, у якого x>z. Позначимо через $\overline{abc}$ різницю $\overline{xyz}-\overline{zyx}$. *Тоді* $\overline{abc}+\overline{cba}=1089$.

**Теорема 153.** Нехай *n* довільне натуральне число, яке кратне 3. Тоді послідовність, кожний член якої є сума кубів цифр попереднього члена, стабілізується на числі 153.

Приклади інших теорем, їх доведення та аналоги в інших системах числення можна знайти в [3].

**Висновки з дослідження і перспективи подальших розробок напряму**. У результаті проведеного дослідження ми впевнилися, що матеріал розділу «Системи числення» є важливою складовою вузівського курсу «Дискретна математика». Крім загальної математичної підготовки він суттєво сприяє формуванню професійної майстерності майбутнього вчителя. Формує вміння реалізації міжпредметних та внутрішньо предметних зв'язків, поглиблює кругозір вчителя, показує тісний зв'язок математики з оточуючим світом. В межах статті проаналізовано професійно-педагогічну орієнтацію змісту навчального матеріалу. Подальші дослідження можуть бути спрямовані на інші напрямки здійснення професійно-педагогічної спрямованості курсу «Дискретної математики».

**БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:**

1. Волков Ю.І., Войналович Н.М. Елементи дискретної математики: Навчальний посібник. – Кіровоград: РВГ ІЦ КДПУ ім. В. Винниченка, 1999. – 178 с.

2. Войналович Н.М. Професійно-педагогічна направленість навчання майбутніх вчителів елементам дискретної математики. Математика, її застосування та викладання: Матеріали міжвузівської регіональної наукової конференції. Кіровоград: РВГ ІЦ КДПУ, 1999. – С. 108–110.

3. Войналович Н.М. «Числові» теореми. У світі математики. 1998. – Т.4, вип.3.– С. 22–25.