ВИКОРИСТАННЯ ФОРМАЛІЗОВАНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ АНАЛІЗУ ПЕДАГОГІЧНИХ ДАНИХ

USE OF FORMALIZED MATHEMATICAL MODELS FOR THE ANALYSIS OF PEDAGOGICAL DATA

УДК 37:001.103:303.72]:510.426(045)
DOI https://doi.org/10.32782/2663-6085/2023/55.2.8

Коблик В.О.,
канд. пед. наук,
доцент кафедри педагогіки
та освітнього менеджменту
Уманського державного педагогічного
університету імені Павла Тичини

У статті розглянуто проблеми використання формалізованих математичних моделей для аналізу педагогічних даних. Обґрунтовано застосування у педагогічній практиці принципу Парето, закономірностей простих чисел та послідовностей чисел виду 2n. Визначено використання закону «Згусток бінарної складності» для аналізу великих інформаційних баз даних у педагогічній практиці. Запропоновано застосування формалізованих математичних методів як інструмент для «прикидкових оцінок» передбачуваних результатів діагностики та прогнозування педагогічних явищ та процесів.

Напрямок, пов'язаний з вивченням формалізованих математичних моделей для аналізу дидактичних даних, має великі перспективи застосування, особливо в педагогічному експерименті, а сама проблема використання формалізованих методів все ще недостатньо досліджена як у теоретичному, так і практичному аспектах. Поза увагою дослідників залишилися такі важливі питання як вибір відповідних математичних моделей, обґрунтованість їх застосування для аналізу педагогічних даних, методологічні основи їх реалізації у педагогічній практиці.

Разом з тим, враховуючи практичну значущість використання формальних підходів для аналізу педагогічних масивів інформації, відсутність теоретичного обґрунтування та практичного впровадження нових формалізованих математичних моделей, було обрано тему дослідження: «Використання формалізованих математичних моделей для аналізу педагогічних даних».

Ця тема дослідження є дуже актуальною не тільки для наукових співробітників, які займаються проблемами планування, моніторингу, прогнозування в освітній сфері, але і для пересічних педагогів-дослідників, які постійно стикаються з проблемами обґрунтування отриманих даних, інтерпретацією та отриманням даних, що відсутні, у логічному ланцюжку експериментів. Сподіваємося, що змістовне розкриття цієї проблеми стане потужним теоретико-практичним поштовхом у їхній професійній діяльності.

Ключові слова: *математичні методи педагогіки педагогічна діагностика, аналіз педагогічних даних, обробка педагогічної інформації, педагогічне прогнозування формалізовані моделі.*

The article discusses the problems of using formalized mathematical models for the analysis of pedagogical data. The application of the Pareto principle, regularities of prime numbers and sequences of numbers of the form 2n in pedagogical practice is substantiated. The use of the law "Clump of binary complexity" for the analysis of large information databases in pedagogical practice is determined. The application of formalized mathematical methods is proposed as a tool for "rough estimates" of the expected results of diagnosis and forecasting of pedagogical phenomena and processes.

The direction related to the study of formalized mathematical models for the analysis of didactic data has great application prospects, especially in the pedagogical experiment, and the very problem of using formalized methods is still not sufficiently explored in both theoretical and practical aspects. Such important issues as the choice of appropriate mathematical models, the validity of their application for the analysis of pedagogical data, and the methodological basis of their implementation in pedagogical practice remained outside the attention of researchers.

At the same time, taking into account the practical significance of the use of formal approaches for the analysis of pedagogical data sets, the laсk of theoretical justification and the practical implementation of new formalized mathematical models, the research topic was chosen: "Using formalized mathematical models for the analysis of pedagogical data."

This topic of research is very relevant not only for researchers who deal with the problems of planning, monitoring, forecasting in the educational field, but also for ordinary teacher-researchers who are constantly faced with the problems of substantiation of the obtained data, interpretation and obtaining of missing data in logical chain of experiments. We hope that meaningful disclosure of this problem will become a powerful theoretical and practical impetus in their professional activities.

Key words: *mathematical methods of pedagogy, pedagogical diagnosis, analysis of pedagogical data, processing of pedagogical information, pedagogical forecasting, formalized models.*

Формулювання цілей статті – показати формалізовані математичні моделі та можливість їх використання у системі педагогічних знань.

Виклад основного матеріалу. Серед основних завдань, що виникають при цьому, було виділено дві: 1) виявити особливості застосування формалізованих математичних методів у педагогічній практиці; 2) показати можливість їх використання як «опорних точок» та граничних кордонів у педагогічному аналізі.

У сучасній педагогічній практиці найчастіше використовуються математичні методи для обробки експериментальних даних, чому і присвячені численні роботи із застосування статистичних методів у педагогіці та психології (С.У. Гончаренко [2], В. І. Міхєєв, Є. В. Сидоренко [3], Г. В. Суходольський та ін). Застосування регресійного, факторного чи кластерного аналізу робить більш привабливим використання описової статистики. Проте з її допомогою об'єктивно можна лише констатувати фактичний стан справ, але пояснити причини їх неможливо.

У зв'язку з тим, що зараз питанням аналізу педагогічних даних у всьому світі приділяється дуже велика увага, то можливості, що відкриваються використанням кваліметрії (вимірювання якості), стали залучати все ширші кола як вітчизняних, так і зарубіжних дослідників, які працюють в галузі освітнього моніторингу, педагогічного моделювання та прогнозування. Так ще на початку 80-х років минулого століття Г. Г. Азальрічним та Е. П. Райхманом була спроба систематизувати численні відомості про кваліметрію, підбити перші підсумки першого етапу її розвитку [1]. Проблемами математичного моделювання за допомогою системного підходу займалися такі вчені як В. П. Беспалько, В. І. Загвязинський, Т. А. Ільїна, Г. Д. Кирилов, Ф. Ф. Корольов та ін. свою увагу В. Ф. Зайцев, А. В. Солодов, Є. А. Солодова, Г. Т. Солдатова, І. П. Лебедєва. Але проблеми використання формалізованих математичних моделей у педагогічній практиці, роботах вищерозглянутих авторів не досліджувалися.

Матеріал та результати дослідження. Природа у всіх своїх проявах прагне економії енергії та інформації, а педагогічні закони та закономірності в цьому плані, не є винятками, отже, можна спробувати дослідити дидактичні явища та процеси за допомогою вже знайдених формалізованих методів. Можливо, деякі з них стануть готовими моделями, а оскільки вони вже достатньо вивчені, то розумне перенесення їх на педагогічну дійсність дасть помітний виграш і вченим-дослідникам, і пересічним педагогам-практикам.

Для початку скористаємося прикладами, які реалізують залежності нелінійної форми. Саме завдання, що мають нелінійні форми між змінними, найважче піддаються формалізації.

Скористаємося набором спостережень швейцарського вченого Вальфредо Парето, який ще 1906 р. встановив, що 80% землі в Італії належить лише 20% її мешканців. Їм сформульовано єдине правило, так званий принцип «20 на 80»: перші 20 % зусиль дають перші 80 % бажаного результату.

У контексті педагогічної тематики цей принцип можна сформулювати так: достатньо засвоїти (визначити) 20 % необхідних базових понять теми заняття, щоб осмислено розібратися (тобто зрозуміти) у 80 % всього вивченого матеріалу. Ця важлива закономірність сьогодні у педагогіці формулюється по-різному, наприклад: 80% із запропонованого навчального матеріалу на занятті повністю засвоюється лише 20% учнями (студентами); 80% функціональності викладацької діяльності припадає на 20% виконаної ним навчальної роботи; 80 % трудовитрат студентів, зрештою, буде реалізовано у майбутній професійній діяльності лише на 20 %; 20% студентів використовують 80% знань певної спрямованості (Наприклад, навчального предмета або курсу).

Наведемо покрокове застосування принципу Парето.

Так, якщо на першому кроці, докладаючи 20% зусиль, можна отримати 80% результату, то на другому кроці, застосовуючи 20% (від 80%) зусиль, можна досягти 80% від 20% результатів, що залишилися на першому кроці, тобто 16 %. Це означає, що за перші два кроки, застосувавши 20 + 16 = 36% зусиль, можна отримати 96% результатів.

Очевидно, що на n-му кроці, застосувавши у сумі (1 – 0,8 n) 100 % зусиль, можна отримати (1 – 0,2 n) 100 % результатів. Отже, на наступному кроці, застосовуючи ще 20 % від 64 %, що залишилися, або витративши в сумі менше 50 % зусиль, можна отримати більше 99 % результатів [7, с. 231-235].

Ці міркування можна записати як таблиці (табл. 1).

Округлюючи значення до цілих, і розраховуючи відсутні дані другої змінної (Основа дії), отримаємо остаточну таблицю (табл. 2).

Якщо припустити, що педагогічна система має 99% необхідних можливостей і її створили, приміру за 10 людино-годин, то на практиці для доведення функціональності педагогічної системи до рівня 100% потрібно ще не менше 10 людино-годин. Таким чином, ціна останнього відсотка дорівнює ціні всієї системи, що працює з 99% функціональності. Нам і потрібно знайти ті значення вхідних змінних, які будуть точно наближені до 100% функціональності системи.

Тепер розглянемо формалізовані обчислювальні моделі, пов'язані з використанням простих

Таблиця 1

Таблиця покрокових зусиль та результатів

	Зусилля	**Основа дії**	**Результат**
Крок 1	20	100	80
Крок 2	20	80	16
	36		96
Крок 3	20	64	12,8
	48,8		99,2
Крок 4	20	51,2	10,24
	69,04		101,76

Таблиця 2

Таблиця покрокових зусиль, з урахуванням основ дії та їх результати

	Зусилля	Основа дії	Результат
крок 1	20	100	80
крок2	36	267	96
крок 3	49	203	99
крок 4	69	147	102

чисел. Одним із перших, хто звернув на них увагу, був відомий російський соціолог А. А. Давидов [5, с. 224]. Він припустив, що багато емпіричних соціологічних даних можна описати простими числами. Він помітив високу частоту таких чисел у багатьох соціологічних показниках, наприклад: частка безробітних в економічно активному населенні країн світу; хронологічний перелік часу правління на престолі римських імператорів; найбільше розлучень на 1, 3, 5, 7 роках сімейного шлюбу та багато інших. Він встановив, що у динаміці кількісних соціальних показників також спостерігаються різні закономірності переходу від одного простого числа до іншого (або від групи простих чисел до іншої групи), а також зауважив, що деякі прості числа збігаються з верхньою та нижньою межами зміни значення якогось соціального показника

На підтвердження того, що прості числа багато в чому відображають фундаментальні закони економії (найчастіше енергії чи інформації), говорить і той факт, що, наприклад, в механіці цей принцип відомий як принцип найменшого часу (принцип Ферма) або принцип найменшої дії (принцип Мопертьюї та Гамільтона). Певною мірою доказом, що збіг закономірностей простих чисел можна використовувати в педагогічній практиці є теорія наближення функцій (теорема Вейєрштрассе), яка стверджує, що будь-яку безперервну функцію можна як завгодно точно наблизити поліномом. Як доповнення до можливості використання закономірностей з простими числами в педагогічному аналізі служить доказ теореми Funahashi, згідно з якою нескінченно велика штучна нейронна мережа з єдиним прихованим шаром здатна точно наблизити (апроксимувати) будь-яку безперервну функцію. Отже, можна з певною мірою точності наблизити і використання закономірностей простих чисел у педагогічній практиці.

Усе це разом дає підстави вважати, як і навпаки, використовуючи прості числа можна з високим рівнем ймовірності знаходити закони і закономірності поведінки опорних педагогічних даних (їх інакше називають «реперні точки»). Але проблема ускладнюється тим, що поява найпростіших чисел не підпорядкована будь-якій системі: вони виникають у ряді натуральних чисел мимоволі, ігноруючи всі спроби математиків виявити закономірності в їхній послідовності. Тому факт їхнього продуктивного використання в педагогіці очевидний, але проблема виявлення, за якими законами вони функціонують, залишається відкритою. Але все ж таки, дослідники і в цьому напрямку просунулися далеко вперед. Розглянемо помічені правила знаходження простих чисел та механізми роботи з ними.

Нагадаємо, що число називається простим, якщо воно ділиться тільки на одиницю і на себе. Таким чином, простими числами є 2, 5, 7, 11, 13, 17 і т.д.

Але чи існують закони знаходження простих чисел? Чи нескінченні прості числа? На друге запитання можна відповісти ствердно: так, прості числа нескінченні. Відповідь на перше запитання – і так, і ні. Є методи, такі як «решета Ератосфена», що дозволяють знаходити прості числа менше заданого числа; є формули знаходження деяких простих чисел, але немає правил, дозволяють обчислити все прості числа.

Нині не знайдено закону появи простих чисел серед натуральних чисел. Наприклад, найбільше простих чисел зустрічається в інтервалі від 1 до 100 та від 101 до 200. Серед чисел від 1 до 1000 налічується 168 простих чисел, а в останній тисячі серед чисел 10100 та 10100 + 1000 простих – всього два. Доведено теорему, що визначає приблизну частоту появи простих чисел серед цілих. Припустимо, що P(N) – кількість простих чисел менших N. Наприклад, P(8) дорівнює 4, оскільки в інтервалі до 8 присутні чотири простих числа – 2, 3, 5 та 7. Теорема про розподіл простих чисел свідчить, що зі збільшенням N співвідношення N/P(N) поступово наближається до натурального логарифму N: P(N) N/ln(N).

Одне з перших питань, яке неминуче виникає щодо простих чисел, звучить так: яка відстань між двома сусідніми простими числами? Поки що на це запитання не зміг відповісти ніхто, проте можна помітити, що багато простих чисел відокремлені один від одного всього двома числами.

Наприклад :5 = 3 + 2, 7 = 5 + 2, 13 = 11 +2.

Такі пари простих чисел (p, q), котрим виконується умова q = p + 2, отримали назву простих чисел-близнюків. Перші прості числа-близнюки: (3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19), … (857, 859), (881, 883)... Формула простих близнюків (6x + 5, 6x + 7), де x – натуральне число. Є всього 1224 пари близнюків до n = 100000 та 8164 пари до n = 1000000. Якщо два простих близнюки розташовані поруч у послідовності простих чисел, то такі числа називають четвірками близнюків. Наприклад, 191, 193, 197, 199. Формула четвірки близнюків наступна (6x + 5, 6x + 7, 6x +11, 6x +13), де x – натуральне число.

І так, досі невідома загальна формула, яка породжувала б послідовність простих чисел. Однак існує ряд емпіричних формул, наприклад, просте число p > 3 у вигляді 6n ± 1, де n – натуральне число. Інша формула, багаточлен Ейлера x2 + x + p, де x – натуральне число, p – просте число, при x2 + x + 41 дає 581 просте число.

У педагогічних системах існують критичні рівні розвитку, граничні верхні та нижні допустимі межі різних параметрів, які за законами «загальної економії» обов'язково прагнуть числових значень розглянутих формалізованих методів. Усі представлені моделі є відображенням фундаментальних законів природи, багато з яких підкріплені та ґрунтуються на законах симетрії, законах збереження, концепції «золотого перерізу» та інших законах. Вони функціонують на основі загальної гармонії, тому є своєрідним відображенням об'єктивної педагогічної реальності, своєрідним «структурним скелетом» будови та динаміки педагогічних систем.

Але це не означає, що всі отримані емпіричні дані в педагогічних дослідженнях обов'язково повинні повторювати «опорні» числові значення або обмежувальні рівні розвитку, що випливають із розглянутих формалізованих моделей, хоча сам факт, що вони прагнуть цих значень – очевидний. Гіпотеза, висунута в цій статті, багаторазово підтверджується численними результатами педагогічних досліджень, які говорять про спільність та єдність законів природи, включаючи і закони розвитку педагогічних систем. Особлива цінність застосування формалізованих методів проявляється тоді, коли інших конструктивних чи предметних моделей виявлення закономірностей немає, чи, коли модель можна побудувати, але це піде дуже багато часу й сил. Тому такі формалізовані моделі є чудовим інструментом у «прикидкових оцінках» передбачуваних результатів для діагностики та прогнозування педагогічних явищ та процесів. Вони можуть бути відправною точкою для більш змістовного аналізу, з використанням більш глибоких та обґрунтованих методик.

Розглянуті моделі на основі чисто формалізованих математичних закономірностей є основою для реалізації їх в інтелектуальних системах видобутку знань (Data Mining), зокрема, для швидкої та ефективної обробки великих масивів педагогічної інформації.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Азальгадов Р. Р. Про кваліметрії. Видавництво стандартів. 1972 р. 172 с.
2. Гончаренко С.У. Методика навчання і наукових досліджень у вищій школі. Київ: Вища школа, 2003. 323 с.
3. Гліненко Л. К., Сухоносов О. Г. *Основи моделювання технічних систем*: навч.посіб. Львів: Вид-во «Бескид Біт», 2003. 176 с.
4. Давидов А. А. Системний підхід у соціології: нові напрями, теорії та методи аналізу соціальних систем. ДомКнига, 2005. 328 с.
5. Сидоренко Є. В. Методи математичної обробки у психології. СПб. : Мова, 2001. 350 с.
6. . Зайцев В. Ф. Математичні моделі у точних та гуманітарних науках. СПб. : ТОВ «Книжковий Дім», 2006. 112 с.
7. Солодова Є. А. Математичне моделювання педагогічних систем. МКО – 2005, Ч. 1, С. 113-121.
8. Філатов О. В. Ефект Арнольда-Філатова. Золотий, срібний переріз. Альтернативний запис нескінченно складної послідовності. Аргументація з фундаментальності «Потокової теорії. Журнал наукових публікацій аспірантів та докторантів, № 1, 2015.
9. Ford J. How random is a coin toss. Joseph Ford. – Physics Today, April 1983, p. 40-47.